

Näidisülesanded

Ülesanne 1

Lihtsa juhusliku suuruse jaotust on kirjeldatud järgmise tõenäosusfunktsiooni abil:

x	0	1	5
$P(X=x)$	0,2	0,5	0,3

Milline on uuritava tunnuse (uuritava juhusliku suuruse) keskvääratus?

Keskvääratus: $E(X) = \dots\dots\dots$

Leia ka ülaltoodud tõenäosusfunktsiooni abil kirjeldatud juhusliku suuruse dispersioon:

Dispersioon $D(X) = \dots\dots\dots$

Vasta järgmistele küsimustele:

$P(X=0,3) = \dots\dots\dots$

$P(X>0,3 \mid X=1) = \dots\dots\dots$

$P(X=1 \mid X>0,3) = \dots\dots\dots$

Ülesanne 2

Klientidest 50% ostavad toodet A, 40% klientidest ostavad toodet B ja 10% poe klientidest ostavad toodet C. Kõigil neil toodetel on 2-aastane garantii. Toode A läheb garantiiaja jooksul katki tõenäosusega 0,2; toode B vajab garantiiremonti tõenäosusega 0,05 ja toote C katkimineku tõenäosus garantiiperioodil on 0,02.

Leia järgmised tõenäosused juhuslikult valitud ostu jaoks:

$P(\text{toode ei lähe rikki garantiiperioodil} \mid \text{toode A}) = \dots\dots\dots$

$P(\text{toode A}) = \dots\dots\dots$

$P(\text{toode A} \cap \text{toode ei lähe rikki garantiiperioodil}) = \dots\dots\dots$

$P(\text{toode ei lähe rikki garantiiperioodil}) = \dots\dots\dots$

$P(\text{toode A} \mid \text{toode ei lähe rikki garantiiperioodil}) = \dots\dots\dots$

Ülesanne 3

- a) Juhusliku suuruse X jaotuseks on $X \sim B(n=5, p=0.1)$.

Leia $P(X=4)=\dots$

- b) mängurid tegid lauamängu mängides 50 täringuviset. Igavlev pealtvaataja tõmbas paberilehele kriipsu iga kord, kui mõni mängijatest viskas täringuga 6 silma. Millise jaotusega on paberilehele tõmmatud kriipsude arv?
- c) Ühel põhimaanteedest toimub suvel keskmiselt 2 liiklusõnnetust päevas. Millise jaotusega võiks olla ühel suvepäeval antud maanteel aset leidnud liiklusõnnetuste arv?

Ülesanne 4

Tehti 5 vaatlust. Vaatluste keskmine oli 30, vaatluste dispersioon (valimi põhjal leitud hinnang) oli 20.

Leia 95%-usaldusintervall keskväärtusele! Tee vajalikud arvutused, pane kirja ka vahetulemused. Arvutusteks vajalikud kvantiilide tabelid leiad eksamitöö lõpust – viimaselt leheküljelt.

Ülesanne 5

Tähistagu X meestudengi kaalu (kg). Milline võiks oleks antud juhusliku suuruse

- a) 0,1-kvantiil:
- b) 0,9-kvantiil:

Ülesanne 6

Eriline münt, millega KULLi saamise tõenäosus on $1/5$ läks taskus segamini ausate müntidega (millega KULLi saamise tõenäosus on $1/2$). Taskust võetakse välja üks müntidest (pole teada, kas eriline münt või mõni tavalistest müntidest – väljanägemise poolest on eriline münt täpselt samasugune kui tavalised mündid) ja visatakse seda münti kümme korda. Kümne viske peale kokku tuleb 3 korda tulemuseks KULL. Kontrolli järgmiseid hüpoteese:

H_0 : Taskust võetud münt pole tavaline münt (on eriline), $P(\text{kull}) = 1/5$.

H_1 : Taskust võetud münt on tavaline münt, $P(\text{kull}) \neq 1/5$.

Kasuta teststatistikuna saadud KULLide arvu. Vaata ka alljärgnevat tabelid:

Erilise (võlts-)mündi korral 0,1, ... KULLi saamise tõenäosused

Visatud KULLide arv	Niimitme (x) KULLi nägemise tõenäosus kui visatakse ebatavalist (võlts-)münti 10 korda (millel kulli saamise tõenäosus on $1/5$).
x	P (X=x)
0	0.107
1	0.268
2	0.302
3	0.201
4	0.088
5	0.026
6	0.006
7	0.001
8	0.000
9	0.000
10	0.000

Tavalise mündi korral 0,1, ... KULLi saamise tõenäosused.

Visatud KULLide arv	Niimitme (x) KULLi nägemise tõenäosus kui visatakse tavalist (ausat) münti 10 korda
x	P (X=x)
0	0.001
1	0.010
2	0.044
3	0.117
4	0.205
5	0.246
6	0.205
7	0.117
8	0.044
9	0.010
10	0.001

Leia testi p-väärtus:

Milline on testi otsus (kas H_0 või H_1). Kasuta tavapärast olulisuse nivood (0,05):

.....

Ülesanne 7

Tehti 4 eksperimenti, iga eksperimenti korral mõõdeti uuritava tunnuse X väärtus. Saadud mõõtmistulemuste keskmine oli 18. Nende 4 eksperimenti tulemuste põhjal hinnati ka uuritava tunnuse dispersiooni ja saadi hinnanguks 9. Kas uuritava tunnuse keskvärtus võib olla 25?

Millist statistilist testi kasutades saab esitatud küsimusele vastata?

.....

Leia valitud teststatistiku väärtus!

.....

Milline tuleb testi otsus (H_0 või H_1):

Otsustame H_0 kasuks

Otsustame H_1 kasuks

Põhjenda, kuidas jõudsid otsuseni:

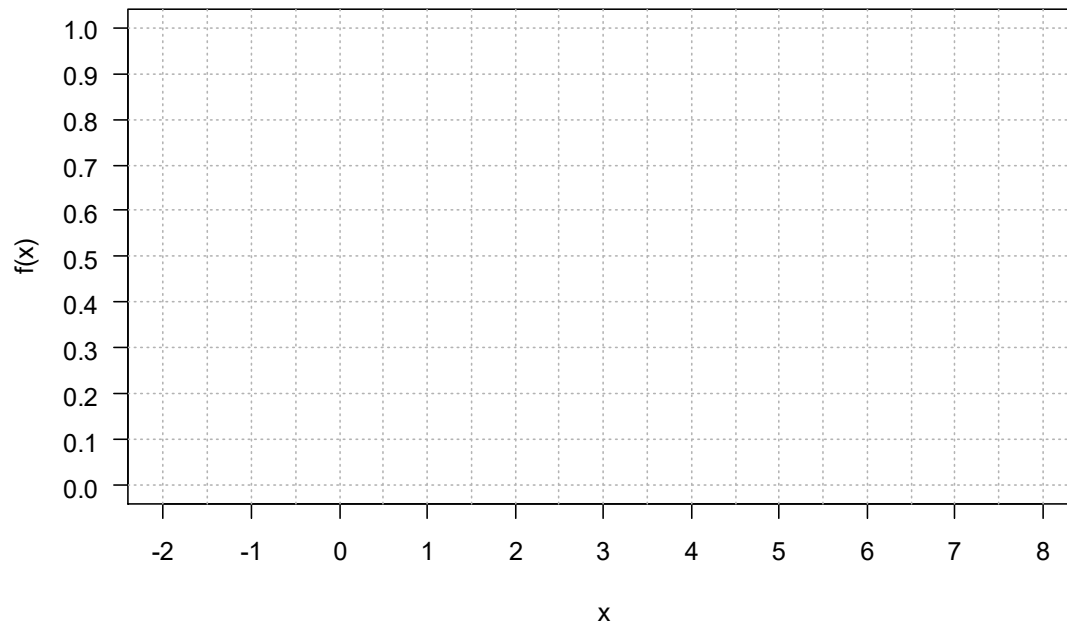
Mida tehtud otsus tähendab:

uuritava tunnuse keskvärtus võib olla 25

uuritava tunnuse keskvärtus ei ole 25

Ülesanne 8

Pideva juhusliku suuruse X kohta on teada, et $P(X < 3) = 0,5$ ja $P(2 < X < 4) = 0,5$. Milline võiks välja näha sellise juhusliku suuruse tihedusfunktsioon? Joonista allpooltoodud graafikule, kuidas võiks välja näha juhusliku suuruse X tihedusfunktsioon (üks mõeldav variant, mille korral teadaolevad tõenäosused kehtiksid).

tihedusfunktsiooni graafik

Ülesanne 9

Ristati heterosügootseid vanemaid (AB genotüübiga). Tahetakse teada, kas Mendeli seadus kehtib (kas genotüübiga AA järglase saamise tõenäosus on 0,25; AB genotüübiga järglase saamise tõenäosus on 0,5 ja BB genotüübiga järglase saamise tõenäosus on 0,25). Kokku määrati 200 järglase genotüübid, saadud andmed on toodud tabelis:

Genotüüp	järglaste arv
AA	40
AB	110
BB	50

Vasta alltoodud küsimustele, vajadusel võid kasutada ka eksamitöö lõpus toodud tabelleid!

1. Millist statistilist testi võiks antud juhul kasutada?

.....

2. Leia valitud testi teststatistiku väärtus:

.....

3. Otsusta, kas (olulisuse nivool 0,05) kehtib nullhüpotees (Mendeli seadus võiks kehtida) või alternatiivne hüpotees (Mendeli seadus ei kehti). Märki õige vastus linnukesega (✓)!

() Test otsustab H_0 kasuks

() Test otsustab H_1 kasuks

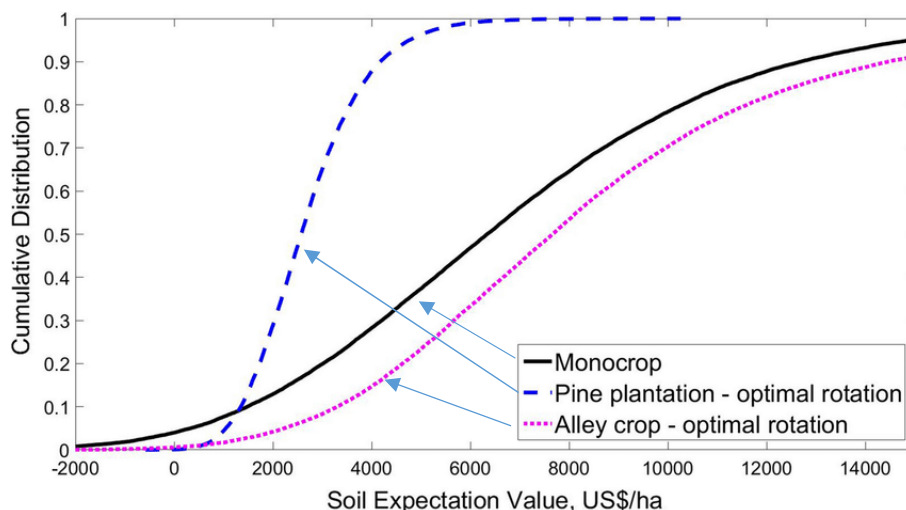
4. Selgita, kuidas tegid oma otsuse (millega võrdlesid teststatistikut)!

.....

Ülesanne 10

Palju raha annab maaga teenida? Võrreldi kolme maakasutust – kas lasta teatud maadel kasvada männimetsal (*Pine plantation – optimaal rotation*), kasutada neid maid mingi kindla põllukultuuri kasvatamiseks (*Monocrop – ainukultuuri viljelemine*) või kasvatada põllukultuuri puurivide vahel (*Alley crop – optimaal rotation*).

Loomulikult on olemas paremaid ja halvemaid maatükke, seega hektari maa eeldatav väärtus (Soil Expectation Value) on eri maatükkide puhul erinev. Seda juhuslikkust saab kirjeldada (kumulatiivse) jaotusfunktsiooni abil (*Cumulative Distribution*). Alltoodud joonisel ongi eri maatükkide tulusust eri kasutusmeetodite korral kirjeldatud:



Kasutades toodud joonist vasta järgmistele küsimustele:

- Kas maad on rahalises mõttes kasulikum kasutada ainukultuuri (monocrop) kasvatamiseks või on tasuvam põllukultuuri kasvatada puurivide vahel (alley crop – optimaal rotation)?
- Milline on antud maadel männimetsa kasvatades (Pine plantation – optimaal rotation) maatükkide eeldatava väärtuse (Soil Expectation Value) mediaan?
- Leia järgmiste tõenäosuste ligikaudsed väärtused juhuslikult valitud maatüki jaoks, kui maad kasutatakse männimetsa kasvatamiseks:

$$P(\text{maa eeldatav väärtus} \leq 6000 \text{ US\$/ha}) = \dots\dots\dots$$

$$P(\text{maa eeldatav väärtus} \leq 1000 \text{ US\$/ha}) = \dots\dots\dots$$
- Kui maatükke kasutatakse ainukultuuride (näiteks nisu) kasvatamiseks, siis kui suur tõenäosus oleks antud piirkonnas maatükile mille väärtus on väiksem kui 1000US\$/ha:

$$P(\text{maa eeldatav väärtus} \leq 1000 \text{ US\$/ha}) = \dots\dots\dots$$

Joonis võetud artiklist:

Frey, Gregory & Cary, Michael. (2020). Under what management and policy scenarios can alley cropping be a competitive alternative in the United States Southeast?. *Agroforestry Systems*. 94. 10.1007/s10457-020-00538-x.

Lisa - TABELID

Ülesannete lahendamiseks vajalikud tabelid

TABEL 1T-jaotuse α -kvantiilide tabel

df	$\alpha=0.025$	$\alpha=0.05$	$\alpha=0.95$	$\alpha=0.975$
1	-12.7062	-6.3138	6.3138	12.7062
2	-4.3027	-2.9200	2.9200	4.3027
3	-3.1824	-2.3534	2.3534	3.1824
4	-2.7764	-2.1318	2.1318	2.7764
5	-2.5706	-2.0150	2.0150	2.5706
6	-2.4469	-1.9432	1.9432	2.4469
7	-2.3646	-1.8946	1.8946	2.3646
8	-2.3060	-1.8595	1.8595	2.3060
9	-2.2622	-1.8331	1.8331	2.2622
10	-2.2281	-1.8125	1.8125	2.2281
11	-2.2010	-1.7959	1.7959	2.2010
12	-2.1788	-1.7823	1.7823	2.1788
13	-2.1604	-1.7709	1.7709	2.1604
14	-2.1448	-1.7613	1.7613	2.1448
15	-2.1314	-1.7531	1.7531	2.1314
16	-2.1199	-1.7459	1.7459	2.1199
17	-2.1098	-1.7396	1.7396	2.1098
18	-2.1009	-1.7341	1.7341	2.1009
19	-2.0930	-1.7291	1.7291	2.0930
20	-2.0860	-1.7247	1.7247	2.0860
21	-2.0796	-1.7207	1.7207	2.0796
22	-2.0739	-1.7171	1.7171	2.0739
23	-2.0687	-1.7139	1.7139	2.0687
24	-2.0639	-1.7109	1.7109	2.0639
25	-2.0595	-1.7081	1.7081	2.0595

TABEL 2

Hii-ruut jaotuse 0,95-kvantiilide tabel (väärtused, millest hii-ruut jaotusega juhuslik suurus on väiksem tõenäosusega 0,95)

df	kvantiil
1	3.841459
2	5.991465
3	7.814728
4	9.487729
5	11.070498
6	12.591587
7	14.067140
8	15.507313
9	16.918978