

7. loeng

Hüpoteeside statistiline testimine

Hüpoteesid

Nullhüpotees (H_0) – hüpotees mida oleme meie (või ühiskond või uuringu sihtauditoorium – näiteks teadlaskond) nõus vaikimisi õigeks pidama.

Võimalikke stiilinäiteid:

- üldrelatiivsusteooria kehtib;
- Märt Möls ei ole mõrvar;
- Inimese silmade värvi määrav pärilik informatsioon on peidus inimese DNAs

Hüpoteesid

Nullhüpotees (H_0) – hüpotees mida oleme meie (või ühiskond või uuringu sihtauditoorium – näiteks teadlaskond) nõus vaikimisi õigeks pidama.

Alternatiivne hüpotees (H_1 või H_A) – nullhüpoteesi eitus.

- Üldrelatiivsusteooria ei kehti;
- Märt Möls on mõrvar;
- Inimese silmade värvi määrav pärilik informatsioon pole peidus inimese DNAs vaid on kirjas kuskil mujal
-

Hüpoteesid

Nullhüpotees (H_0) – hüpotees mida oleme meie (või ühiskond või uuringu sihtauditoorium – näiteks teadlaskond) nõus vaikimisi õigeks pidama.

Alternatiivne hüpotees (H_1 või H_A) – nullhüpoteesi eitus.

NB! Üks kahest – alternatiivne hüpotees või nullhüpotees – peab igal juhul õige olema!!!

Kuidas kontrollida hüpoteese?

Näitehüpoteesid:

H_0 : Mängupartner on aus

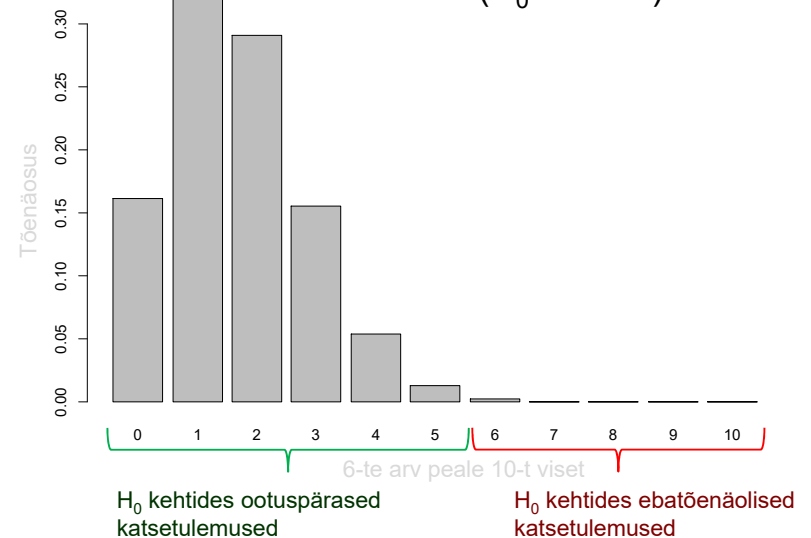
H_1 : Ta ei mängi ausat mängu!

Vajame andmeid, näiteks

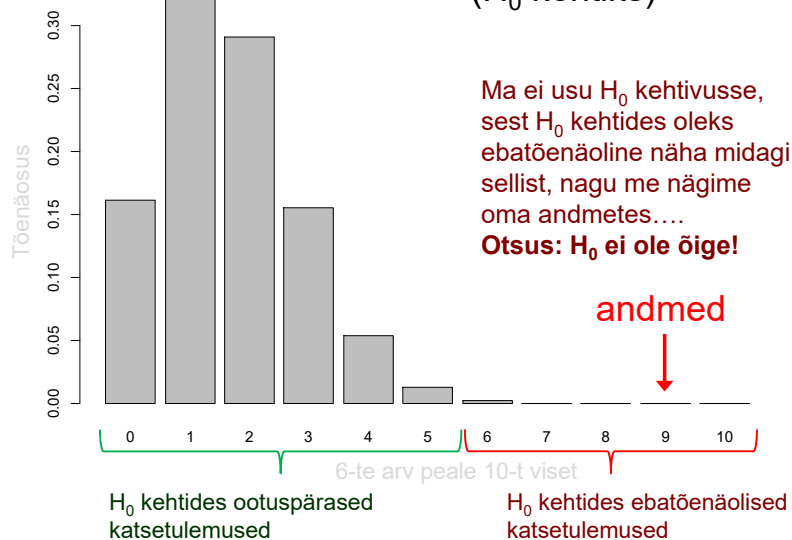
10 täringuviske tulemused

Mille põhjal teeme oma otsuse (teststatistik)?
visatud 6-te arv

Kui ta oleks aus...
(H_0 kehtiks)

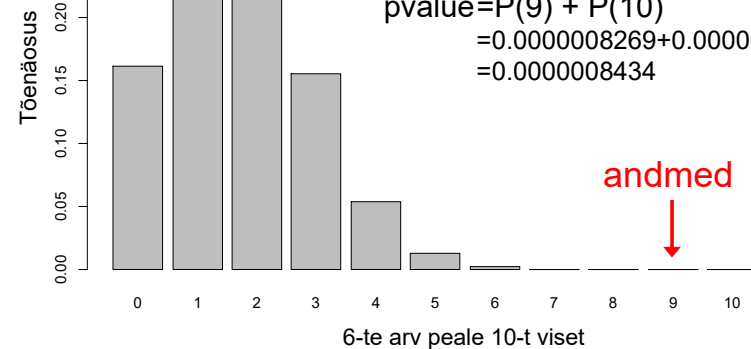


Kui ta oleks aus...
(H_0 kehtiks)



p-väärtus – tõenäosus näha
sedavõrd ekstreemset või
veel ekstreemsemat
katsetulemust siis, kui H_0
kehtiks.

$$\begin{aligned} \text{pvalue} &= P(9) + P(10) \\ &= 0.0000008269 + 0.0000000165 \\ &= 0.0000008434 \end{aligned}$$



Hüpoteeside statistiline kontrollimine...

Tuleb otsustada, milline statistik (arvuline koondnäitaja) võiks aidata meil otsustada nullhüpoteesi kasuks või kahjuks (valitud statistikut kutsutakse teststatistikuks)

Näiteks: visatud 6-te arv

Milliseid teststatistiku väärtuseid võiksime näha siis, kui kehtiks nullhüpotees (kui meie mängupartner oleks aus, siis mitu 6-te võiks ta visata?)

Kas teststatistiku väärtus on ootuspärane?

Kui kogutud andmestik (nende põhjal leitud teststatistiku väärtus) on ootuspärane, siis pole alust inimeste eelarvamusi muuta (nullhüpotees võib olla õige)

Kui kogutud andmestik (täpsemalt: teststatistiku väärtus) on üllatav – andmed tulevad sellised, milliseid me ei oleks oodanud nägevat nullhüpoteesi kehtides – siis kummutame nullhüpoteesi (loeme nullhüpoteesi mittekehtivaks).

P-väärtus (olulisustõenäosus, *p-value*)

Eeldame, et kehtib nullhüpotees.

Meie poolt nähtud statistiku väärtusega samasuure või veel ekstreemsema (vähemtõenäolisema) teststatistiku nägemise tõenäosust (nullhüpoteesi kehtides) kutsutakse **p-väärtuseks**.

Eestis kasutatakse p-väärtuse asemel vahel ka terminit **olulisustõenäosus**.

Kui andmeid jäid kogumata...

Ajalooliselt (klassikaline arusaam)

Loe kehtivaks H_0 (võta vastu H_0 , otsusta H_0 kasuks, jää H_0 juurde – *accept the H_0*)

Tänapäev / tavakasutus

Nullhüpoteesi ei õnnestunud kummutada (nullhüpotees ei ole vastuolus kogutud andmetega, *do not reject H_0 , failing to reject H_0 , ...*)



Näide

H_0 : Kõik eestlased on sündinud Tartus.

H_1 : Leidub eestlasi, kes pole sündinud Tartus.

Teststatistik: Tartus sündinud eestlaste arv valimis.

Teststatistiku jaotus nullhüpoteesi kehtides
($n=1$ korral):

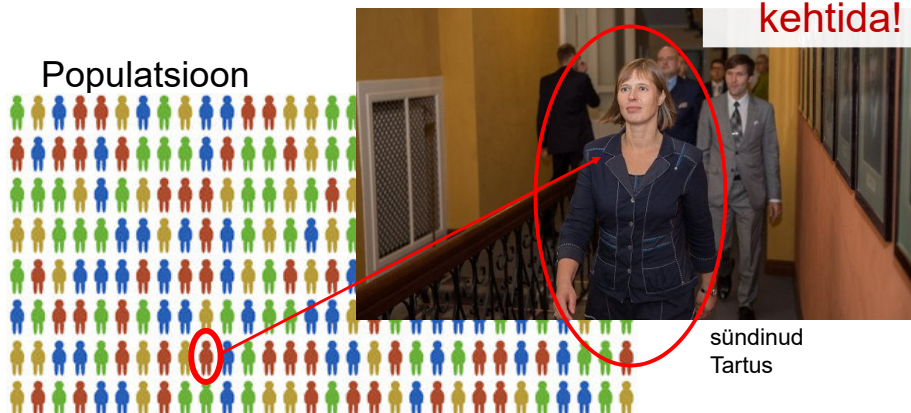
x	0	1	Teststatistik: 0
$P(\text{statistik}=x)$	0	1	P-väärtus: 0
			Otsus: H_0 ei kehti!



Kordusuuring (replication study)

Teststatistiku jaotus nullhüpoteesi kehtides
($n=1$ korral):

x	0	1	Teststatistik: 1
$P(\text{statistik}=x)$	0	1	P-väärtus: $0+1=1$
			Otsus: H_0 võib kehtida!



Näide 2

H_0 : 90% eestlastest on sündinud Tartus.

H_1 : Tartus sündinud eestlaste osakaal pole 90%

Uuring 1



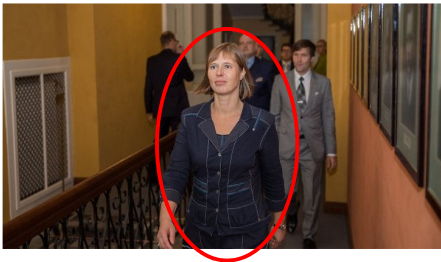
p-väärtus:

Näide 2

H_0 : 90% eestlastest on sündinud Tartus.

H_1 : Tartus sündinud eestlaste osakaal pole 90%

Uuring 2



p-väärtus:

Statistiline hüpoteeside kontrollimine vs kohtuistung

Kas Jim on süüdi?

		Tõde	
		süüdi	pole süüdi
Kohtu otsus	Jim üles puua (on süüdi)	OK	suur viga
	Jim vabastada (pole süüdi)	viga	OK

Statistiline hüpoteeside kontrollimine vs kohtuistung

Kas uus ravi on parem kui praegu kasutatav?

		Tõde	
		Uus on parem (H_1)	Pole parem (H_0)
Sinu otsus	Võta kasutusele uus ravi (H_1)	OK	suur viga
	Jätka nii kui vanasti (H_0)	viga	OK

Statistiline hüpoteeside kontrollimine vs kohtuistung

Kas uus ravi on parem kui praegu kasutatav?

Suure vea – esimest liiki vea – tegemise tõenäosus on piiratud olulisuse nivooaga (α , significance level). Enamasti 0,05.

		Tõde	
		Uus on parem (H_1)	Pole parem (H_0)
Sinu otsus	Võta kasutusele uus ravi (H_1)	OK	suur viga
	Jätka nii kui vanasti (H_0)	viga	OK

I-liiki viga ja olulisuse nivoo

Kui teadlane ekslikult kummutab nullhüpoteesi (nullhüpoteesi väide on õige kuid teadlane kuulutab väite valeks), siis tehakse I-liiki viga.

Olulisuse nivoo, α (significance level) – maksimaalne lubatud tõenäosus teha I-liiki viga.

Kui kehtib H_1 , siis ükskõik kuidas teadlane ka ei pingutaks, I-liiki viga pole tal võimalik teha...

Kuidas tagada, et I-liiki viga ei juhtuks suurema tõenäosusega kui olulisuse nivoo lubab?

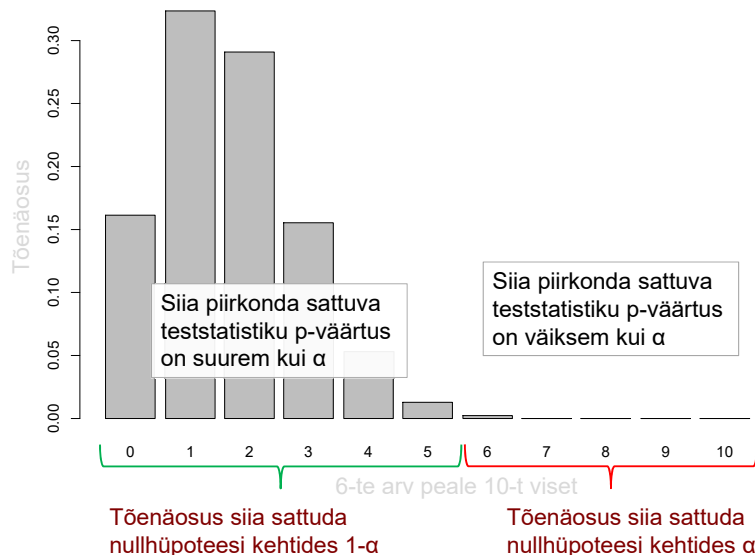
Otsustusreegel:

p -väärtus < olulisuse nivoo

otsusta H_1 kasuks (oleme tõestanud, et H_0 ei pea paika)

p -väärtus > olulisuse nivoo

H_0 võib kehtida (andmed ei kummuta H_0 -i)



Hüpoteesid keskväärtuse kohta

Keskmine palk Eestis on 2000 eurot.

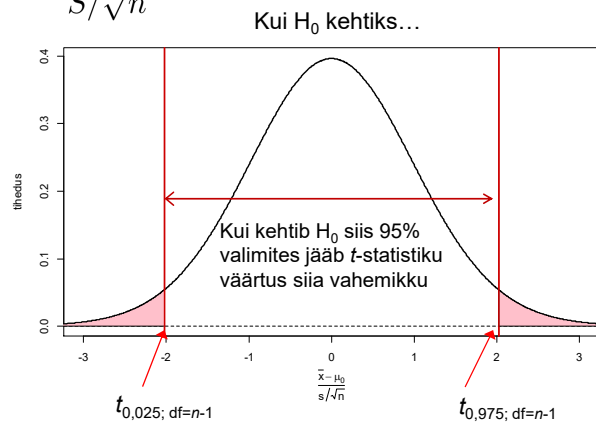
$H_0: \text{Epalk} = 2000$
 $H_1: \text{Epalk} \neq 2000$

$$\frac{\bar{X} - \mu}{S/\sqrt{n}} \sim t_{df=n-1}$$

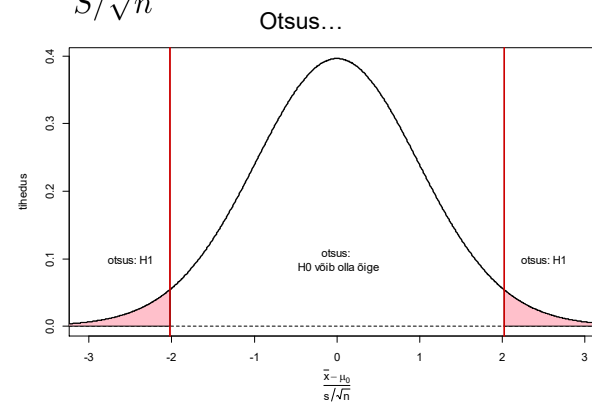
$$\frac{\bar{X} - \mu_0}{S/\sqrt{n}} \overset{H_0}{\sim} t_{df=n-1}$$

$$\frac{\bar{X} - 2000}{S/\sqrt{n}} \overset{H_0}{\sim} t_{df=n-1}$$

$$T := \frac{\bar{X} - 2000}{S/\sqrt{n}}$$



$$T := \frac{\bar{X} - 2000}{S/\sqrt{n}}$$



Näide

$$H_0: EX = 2000$$

$$H_1: EX \neq 2000$$

$$\bar{x} = 1700$$

$$s^2 = 360000 \quad s = 600$$

$$n = 9$$

$$t = \frac{\bar{x} - 2000}{s/\sqrt{n}} = \frac{1700 - 2000}{600/\sqrt{9}} = \frac{-300}{600/3} = -\frac{300}{200} = -1,5$$