

Eksamist

Eksami sooritamiseks tuleb hakkama saada kirjaliku eksamitööga ja esitada projekt. Tungivalt soovitatav (aga mitte kohustuslik) oleks ise päev või paar peale eksamit tulla kohale eksamihinneta teada saama – eelkõige teie projektiga seoses võib olla õppejõul tekkinud arusaamatusi ja mittemõistmist – seega oleks võimalik isiklikult kohale tules ise vajadusel täiendavaid selgitusi jagada. Vestluseks saab aega kinni panna samal päeval, mil kirjutate eksamitööd.

Kirjalik eksam koosneb kahest osast. Esimene osa testib mõisteid ja teadmisi, mida te peaksite peast teadma. Antud osa ülesanded/küsimused peaksid olema lihtsad, kui te antud mõistet/definitsiooni teate ja olete tema tähendust õieti mõistnud. Eksami esimene osa toimub väga tempokalt – aega vastamiseks antakse umbes 1-2 minutit iga küsimuse kohta. Eksami esimene osa tuleb sooritada ilma materiale kasutamata.

Eksami teises osas võib materiale kasutada. Teise osa põhiosa moodustavad ülesanded – tuleb otsustada küsimusega kaasa pandud materjali põhjal, kas tegemist on normaaljaotusega; arvutada ise usaldusintervall keskvärtusele vms. Ka eksami teine osa saab olema suhteliselt tempokas – aega on umbes 10 min iga ülesande kohta. Seega ei tasu lootma jääda, et te suudate eksami ajal loengumaterialiga tutvuda – loengumaterial peaks ikka eelnevalt olema läbi uuritud, muidu jääte eksamil lihtsalt ajahätta.

Kordamisküsimused

(*) - tähendab teemat, mille kohta esitatud küsimustele tuleb osata vastata ilma konspekti kasutamata.

1. ANDMETE ESITAMINE; PÕHISTATISTIKUD

- keskmine, mediaan, mood (*)
- miinimum, maksimum, dispersioon ja standardhälve (*)
- sagedustabel (*)
- tulpdiaagramm, karp-vurrud diagramm (*)
- tunnuste tüübid (*)

2. POPULATSIOON JA VALIM

- populatsioon ja valim (*)
- tunnuse jaotus populatsioonis, seonduvad mõisted (keskväärtus, populatsiooni dispersioon, populatsiooni standardhälve vms)
- keskvärtuse omadused (*)
- dispersiooni omadused (*)
- binoomjaotus
- normaaljaotus, normaaljaotuse kvantiilid
- normaaljaotuse kontrollimine

3. VAHEMIKHINNANGUD

- prognoosiintervall (normaaljaotusega juhuslikule suurusele) (*)
- usaldusintervall keskvärtusele

(jätkub)

4. HÜPOTEESIDE KONTROLLIMINE

- nullhüpotees/alternatiivne hüpotees (*)
- esimest liiki viga/teist liiki viga (*)
- olulisuse nivoo (*)
- olulisustõenäosus (*)
- testi võimsus
- t-test keskväärtuse kohta käivate hüpoteeside kontrollimiseks
- hii-ruut test

5. STATISTILINE SEOS

- statistiline seos kahe tunnuse vahel (*)
- põhjuslik vs mittepõhjuslik seos – kuna on tarvis teada ühte, kuna piisab teisest

6. REGRESSIOONANALÜÜS

- lineaarse regressioonanalüüsi mudel, tema interpretatsioon
- regressioonanalüüsi juures kontrollitavad hüpoteesid
- determinatsioonikordaja, lineaarne (Pearsoni) korrelatsioonikordaja, tema tähendus
- regressioonanalüüsi eeldused

7. DISPERSIOONANALÜÜS

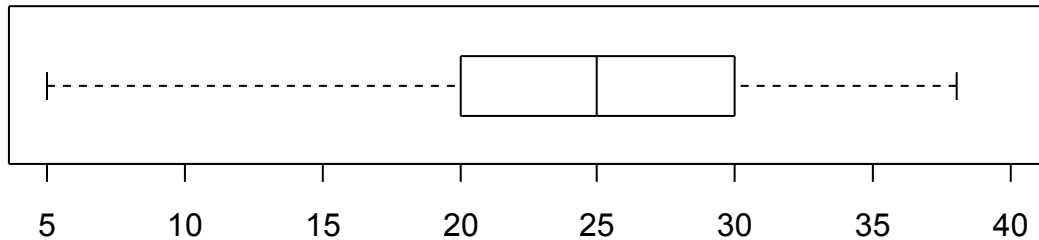
- mitmese võrdluse probleem, Bonferroni meetod (*)
- dispersioonanalüüsi mudel
- dispersioonanalüüsi eeldused

Näide eksamitöö A-osast

Biomeetria eksam. A osa. (Sooritada ilma lisamaterialideta)

12. detsember 2007

1. Uuritava tunnuse väärtuseid iseloomustab järgmine karp-vurrud diagramm:



Millisesse mainitud vahemikest sattub 25% uuritava tunnuse väärtustest?

- a) 5..25 b) 20..30 c) 5..30 d) 25..30 e) 25..38
2. Mis on olulisustõenäosus?

3. Viie linnu lennutee pikkused olid järgmised: 6 km; 4,5 km; 0,2 km; 4,4 km; 5,3 km. Leia antud valimit kasutades mediaan linnu lennutee pikkusele.

4. Mis on teist liiki viga?

5. Täiskasvanud kollanoka tiiva pikkuse (mõõdetud millimeetrites) dispersioon on 9. Kui mõõtmisi oleks tehtud millimeetrite asemel sentimeetrites, mis oleks siis saadud tiiva pikkuse dispersiooniks?

6. Tahetakse teada, milline/sed toidulisandid soodustavad pleektatsudel liimja lima tootmist. Katsetati kümme eri toitu ja tehti 10 t-testi (lima hulk ilma toidulisandita vs toidulisandiga toitmisel). Saadi järgmised olulisustõenäosused:

- | | | | | |
|----------|----------|----------|----------|-----------|
| 1. 0,896 | 2. 0,042 | 3. 0,969 | 4. 0,002 | 5. 0,444 |
| 6. 0,044 | 7. 0,500 | 8. 0,051 | 9. 0,555 | 10. 0,712 |

Millistel juhtudel võib vastu võtta alternatiivse hüpoteesi ja öelda, et toidulisand mõjutab lima teket?

7. Suur valimi standardhälve näitab, et mõõtmistulemused on

- a) suured
b) väikesed
c) üksteisest väga erinevad
d) statistiliselt mitteolulised

Näiteid eksami B-osa ülesannetest

1. Sooviti uurida kirjatuvide lennukiirust. 15 lindu viidi tuvilast 200 km kaugusele ja lasti vabaks. Kahe esimese päeva jooksul jõudis tuvilasse tagasi 10 lindu, neil kulus saabumiseks 18, 24, 28, 29, 31, 35, 36, 37, 39 ja 43 lennutundi. Kas kahe päeva jooksul saabunud tuvide andmestiku põhjal on võimalik iseloomustada kirjatuvide tüüpilist lennukiirust? Kas selleks on sobilikum kasutada valimikeskmist või valimimediaani? Miks?

Vastus: Valimikeskmist ei ole võimalik arvutada, sest meil pole teada viie linnu lennuaeg. Seevastu valimimediaani on võimalik arvutada (variatsioonrea 8. element on meil teada – 37 tundi – sest me teame, et ülejäänud viiel linnul kulus lennu peale rohkem aega kui teistel). Seega on antud näite puhul ainus võimalus iseloomustada kirjatuvide lennukiirust valimimediaani abil (mis hindab üldiselt kirjatuvitel antud distantsti läbimiseks kuluva aja mediaani)

2. Kääbikupaar toob igal kevadel ilmale 5 pisikest ja karvast kääbikulast. Kui nii kääbikuema kui ka kääbikuisa kannavad retsessiivset pikakõrvalisuse geeni (st. nende laps omandab tõenäosusega 1/4 mõlemalt vanemalt pikakõrvalisuse geeni ja kasvatab seetõttu suureks saades jäneslikult kikkis kõrvad), kui suur on siis tõenäosus, et taolise vanematepaari viiest lapsest pole ükski pikkikõrvaline? Aga kui suure tõenäosusega on viiest lapsest just kaks pikkikõrvalised? (Vihje: ehk aitab binoomjaotus?)

Vastus:

Antud juhul saab tõepoolest kasutada binoomjaotust - võttes ühe “katse” “õnnestumise” tõenäosuseks $1/4=0,25$ ja “katsete” arvuks 5, saame (võttes arvesse, et $0!=1$ ja $x^0 = 1$):

a) leida tõenäosuse, et lastest pole keegi pikakõrvaline:

$$\begin{aligned}P(X = 0) &= \frac{n!}{x!(n-x)!} p^x (1-p)^{n-x} \\ &= \frac{5!}{0!(5-0)!} 0,25^0 0,75^{5-0} \\ &= 0,75^5 \quad (= 0,237)\end{aligned}$$

b) tõenäosus, et lastest täpselt kaks on pikkikõrvalised:

$$\begin{aligned}P(X = 2) &= \frac{n!}{x!(n-x)!} p^x (1-p)^{n-x} \\ &= \frac{5!}{2!3!} 0,25^2 0,75^3 \\ &= 10 \cdot 0,25^2 \cdot 0,75^3 \quad (= 0,2636\dots)\end{aligned}$$

3. Kümnes erinevas Eestimaa paigas mõõdeti 4.aprillil õietolmu sisaldust õhus. Tulemuseks saadi (mõõtmistäpsuse piires) järgmised arvud:

3, 4, 8, 5, 4, 2, 6, 4, 6, 5

Leia antud valimi keskvärtus, dispersioon, standardhälve ja mediaan. Leia usaldusintervall 4.aprillil keskmisele õietolmu sisaldusele õhus.

Vastus:

keskmine on 4,7

dispersioon $s^2=2,9$

standardhälve $s=1,7029...$

mediaan=4,5

95% usaldusintervall oleks (3,48...5,92)

(t-jaotuse vastav täiendkvantiil oli tabeli andmetel 2,26)

4. Rakubioloogia instituuti kraamides leiti kokku 9 töökorras ATDP mõõturit. Taibukas tudeng otsustas mõõta ATDP sisaldust oma proovis kõigi üheksa mõõturiga, ja sai tulemuseks järgmised arvud:

1,8 2,6 2,1 2,4 2,1 1,9 2,0 2,5 2,4

Eeldades, et mõõtmistulemused erinevad tegelikust väärtusest vaid juhusliku mõõtmisvea tõttu (mille jaotus võiks olla üsna lähedane normaaljaotusele), anna usaldusintervall tegelikule ATDP sisaldusele proovis.

Lahendus:

$$\bar{x} = 2,2$$

$$Dx = 0,08$$

$$s = \sqrt{0,08} = 0,2828$$

Usaldusintervall tegelikule ATDP sisaldusele oleks

$$\left[\bar{x} - t_{\alpha/2; n-1} \cdot \frac{s}{\sqrt{n}} ; \bar{x} + t_{\alpha/2; n-1} \cdot \frac{s}{\sqrt{n}} \right]$$

$$\left[2,2 - 2,31 \cdot \frac{\sqrt{0,08}}{3} ; 2,2 + 2,31 \cdot \frac{\sqrt{0,08}}{3} \right]$$

$$\left[2,2 - 2,31 \cdot \frac{\sqrt{0,08}}{3} ; 2,2 + 2,31 \cdot \frac{\sqrt{0,08}}{3} \right]$$

$$[1,98 ; 2,42]$$

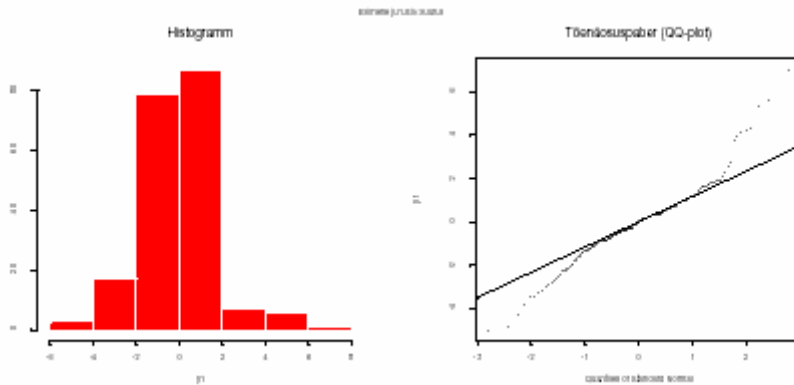
Vastus: 95% usaldusintervall proovi tegelikule ATDP sisaldusele on [1,98; 2,42]

5. Loodusuurija Harry Hoolas on oma elu jooksul leidnud 2000 linnuliigi keskmisele sabapikkusele 97%-lised usaldusintervallid. Kui teil palutakse hinnata, mitme linnuliigi tegelik keskmine sabapikkus ei asu prof. H.Hoolas poolt leitud usaldusvahemikes, siis millist vastust pakute?

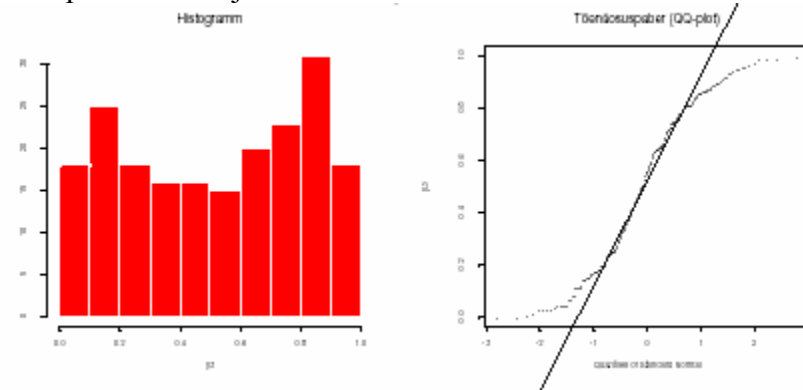
Vastus:

Tegelik keskmine ei sattu 97%-lisse usaldusintervalli keskmiselt 3% juhtudest ehk tõenäosusega $p=0,03$. 2000 usaldusintervalli seas oleks seega ligikaudu $0,03 \cdot 2000 = 60$ tegelikku keskmist sabapikkust mittesisaldavat usaldusintervalli.

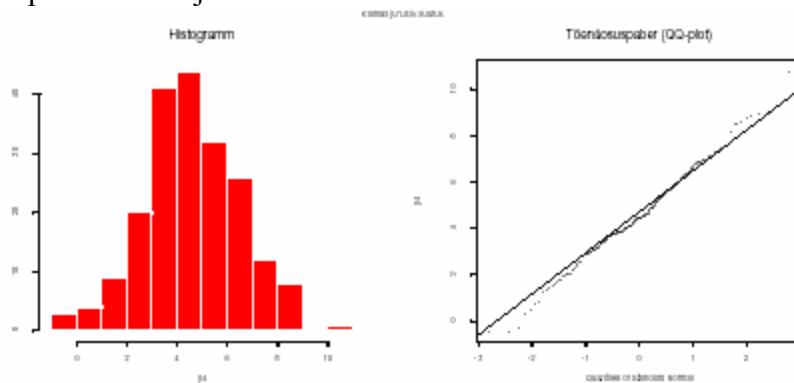
6. Ütle, milliste alljärgnevate juhuslike suuruste jaotus võiks olla normaaljaotus?



Vastus: pole normaaljaotus



Vastus: pole normaaljaotus



Vastus: võib olla normaaljaotus

7. Soovitakse teada, kas sportimise ja vererõhu vahel on mingit statistilist seost (näiteks: kas neil, kes rohkem spordivad, võiks olla kõrgem või madalam vererõhk kui neil, kes vähem teevad sporti). Tunnus sport (mitu korda nädalas teed sporti) on kodeeritud järgmiselt :

1- „ei tee sporti“; 2- „1-2 korda“; 3- „3-4 korda“; 4- „5 või enam“.
 Sellele küsimusele vastamiseks tehakse dispersioonanalüüs. Dispersioonanalüüsi tulemused olid alljärgnevad:

Call:

```
lm(formula = SVR ~ factor(sport))
```

Residuals:

	Min	1Q	Median	3Q	Max
	-29.2078	-6.9721	0.7922	8.7922	46.0279

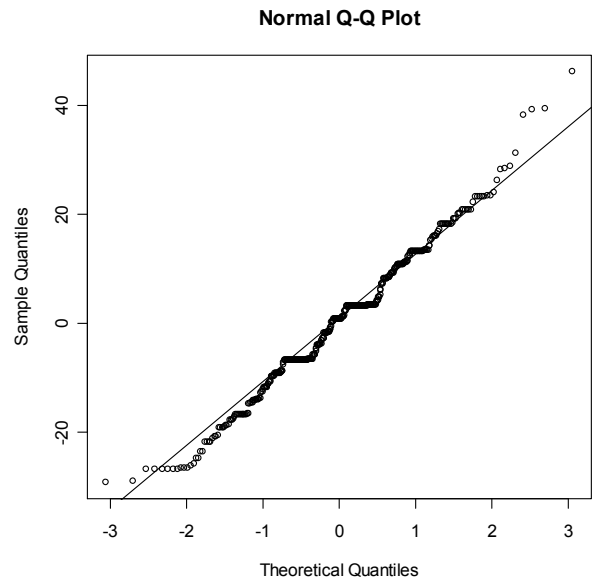
Coefficients:

	Estimate	Std. Error	t value	Pr(> t)	
(Intercept)	116.7326	1.3787	84.671	<2e-16	***
factor(sport)2	0.2396	1.5975	0.150	0.8809	
factor(sport)3	2.4752	2.0059	1.234	0.2179	
factor(sport)4	7.3979	3.0013	2.465	0.0141	*

Residual standard error: 12.79 on 436 degrees of freedom
 Multiple R-Squared: 0.0213, Adjusted R-squared: 0.01232
 F-statistic: 2.372 on 3 and 436 DF, p-value: 0.05166

Vasta:

- Kas eri intensiivsusega sportivatel inimestel on vererõhu keskväärtus erinev?
- Kirjelda seost vererõhu ja sportimise vahel – kas sportimine suurendab või vähendab vererõhku? Kas tulemus on üllatav? Mis põhjusel võiks seos tulla selline, nagu ta tuli?
- Kui suur on keskmine vererõhk neil, kes ei tee sporti? Kui suur on keskmine vererõhk iga päev sporti tegevatel tudengitel (sport=4)?
- Kirjelda, kui hästi me saame inimese vererõhku prognoosida, kui teame tema sportimisharjumusi. Kas sportimisharjumuste teadmine võimaldab saada täpset prognoosi vererõhule?
- Selleks, et dispersioonanalüüsi tulemusi saaks usaldada, peavad olema täidetud dispersioonanalüüsi eeldused. Üheks eelduseks on nõue, et mudeli jäägid peaksid olema normaaljaotusega. Kas see nõue on praegu rahuldatud? Vaata ka mudeli jääkide jaoks joonistatud tõenäosuspaberit!



8. Mis on laiem, kas 90%-usaldusintervall või 95%-usaldusintervall? Miks?
9. Biotoobi kirjeldamisel kasutati tunnust “sademete hulk” mõõdetuna ühikuis mm/kuus. Mis tüüpi tunnusega on tegemist?
10. Populatsioonis leidub väike grupp isendeid kellel uuritav tunnuse väärtused on järsult suuremad kui ülejäänutel. Kui arvutada välja nii populatsiooni mediaan kui ka keskvärtus, siis kumb neist võiks tulla suurem? Miks?
11. Väliseksperdid uurisid eesti vaenulindude sabalaiust X ja leidsid, et $EX=4$, $DX=0,25$. Mõõtmisühikuks oli neil toll. Millised oleksid tulnud keskvärtus ja dispersioon kui uurijad oleksid kasutanud sentimeetreid mõõtmisühikutena (üks toll on ligikaudu 2,5cm)?
12. Genotüübiga AA madagaskari kärnkonnadel kasvavad teistest sama liigi kärnkonnadest lühemad tagajalad. Genotüüpidena Aa ja aa isenditel on koibade pikkus normaalne. Loodusuurijad uurisid 1000 juhuslikult valitud konna, kellest 42 olid genotüübiga AA, 316 genotüübiga Aa ja 642 genotüübiga aa. Geenialleelide jaotus sarnaneb olukorrale, kus looduslikku valiku survet märgatavalt ei esine (populatsioon näib olevat Hardy-Weimbergi tasakaalus). Loodusuurijaid huvitab, mis võiks kompenseerida lühemate (ja seetõttu halvema hüppevõimega) jalgade omamist. Hüpooteesiks on, et lühemate tagajalgadega konnade keskmine reaktsioonikiirus on suurem. Kõigil 1000 konnal mõõdeti reaktsioonikiirused (ms). Millise testi abil saaks mainitud hüpooteesi kontrollida?
13. Eksperimendis kasutatakse lisainet X, mida saadakse tablettide kujul (tablett lahustatakse ja manustatakse katseloomale). Ühes tabletis on toimeainet 2mg, standardhälve 0,03. Eeldades, et toimeaine kogus tabletis on normaaljaotusega juhuslik suurus, siis millisesse vahemikku jääb 95% tablettide puhul toimeaine kogus?
14. Kolm haruldase linnu muna sattus uurijate kätte. On teada, et antud linnuliigi puhul on emaslinnu koorumise tõenäosus (0,6) veidi suurem kui isaslinnu koorumise tõenäosus (0,4). Milline on tõenäosus, et nendest kolmest munast kooruvad linnulapsed selliselt, et tekiks vähemalt üks linnupaar (kooruks vähemalt üks emaslind ja vähemalt üks isaslind)?
15. Otsusta, kas eksisteerib seos tunnuste X ja Y vahel. Kas see seos on tugev? Milline võiks olla Y -i väärtus, kui $X=20$? Põhjenda oma arvamusi!

```
> summary(lm(y~x))
Residuals:
    Min       1Q   Median       3Q      Max
-14.75012  -3.03364   0.09066   3.00279  12.53587

Coefficients:
            Estimate Std. Error t value Pr(>|t|)
(Intercept)   9.1505     2.0831   4.393 2.84e-05 ***
x              0.5372     0.1164   4.616 1.19e-05 ***

Signif. codes:  0 '***' 0.001 '**' 0.01 '*' 0.05 '.' 0.1 ' ' 1

Residual standard error: 4.913 on 98 degrees of freedom
Multiple R-Squared: 0.1786,    Adjusted R-squared: 0.1702
F-statistic: 21.31 on 1 and 98 DF,  p-value: 1.186e-05
```