Tõenäosusteooria ja statistika II

5. praktikum

Ülesanne 1

Osad statistikas kasutatavad meetodid eeldavad, et uuritava tunnuse jaotus oleks normaaljaotus. Statistik uuris oma andmeid ja avastas kurvastusega, et tema andmed pole kahjuks normaaljaotusega. Õnneks selgus, et peale vaatlusandmete logaritmimist (ln) oli uuritava tunnuse jaotuseks normaaljaotus (keskväärtusega μ ja dispersiooniga σ^2). Leia milline oli uuritava tunnuse väärtuste esialgne tihedus!

Lisaküsimus: oskad sa seletada, miks praktikas paljude uuritavate tunnuste jaotus just peale logaritmimist muutub normaaljaotuseks (või normaaljaotusele lähedaseks)?

Ülesanne 2

Kahe normaaljaotusega juhusliku suuruse summa on normaaljaotusega. Kahe sõltumatu sama jaotusega binoomjaotusega $X,Y \sim B(n, p)$ juhusliku suuruse summa on ka binoomjaotusega, $X+Y \sim B(2n, p)$. Kas midagi sarnast võiks kehtida ka eksponentjaotusega juhuslike suurusete korral?
Olgu $X \sim \mathrm{Exp}(\lambda)$ ja $Y \sim \mathrm{Exp}(\lambda)$ kaks sõltumatut juhuslikku suurust. Kas nende juhuslike suuruste summa on ka eksponentjaotusega?

Ülesanne 3.

Olgu juhusliku suuruse X jaotusfunktsioon $F_X(x)$, $X \sim F_X(x)$. Eeldame, et juhuslik suurus X võib omandada mistahes väärtuse vahemikus $x_{\min}\ldots x_{\max}$ ($x_{\min}$ võib olla ka $-\infty$ ja $x_{\max}$ võib olla ∞). Leia juhusliku suuruse $Y=F_X(X)$ tihedusfunktsioon!

Ülesanne 4

Olgu juhuslik suurus X ühtlase jaotusega, $X \sim U(0;1)$. Olgu $F_Z(z)$ mingi pideva juhusliku suuruse jaotusfunktsioon. Leia juhusliku suuruse $Y = F_Z^{-1}(X)$ tihedusfunktsioon!

Ülesanne 5

Olgu $X_1 \sim U(0;1)$ ja $X_2 \sim U(0;1)$ kaks sõltumatut juhuslikku suurust. Milline on $Y_1 := X_1 + X_2$ ja $Y_2 := X_1 - X_2$ ühisjaotus?

Ülesanne 6

Leia juhusliku suuruse $Z = X\,Y$ tihedusfunktsioon, kus X ja Y on kaks sõltumatut pidevat juhuslikku suurust.