

Tõenäosusteooria ja statistika II
14. praktikum
Liithüpoteesid

Ülesanne 1

Magdalena kuulis, et 60% inimestest usub armastusse esimesest silmapilgust (vt Naumann, E. 2001. Love at First Sight. Naperville, Ill.: Sourcebooks.). Ta otsustas kontrollida, kas ka Tartu Ülikooli tudengitest 60% usuvad seda kaunist ideed. Ta küsitles 25 meestudengit ja 5 naistudengit. Meestudengitest 8 kinnitasid talle, et armastus esimesest silmapilgust on olemas. Naistudengitest 3 arvasid sedasama.

Tähistades uskujate osakaalu Tartu ülikooli tudengite seas p -ga soovime seega kontrollida hüpoteese

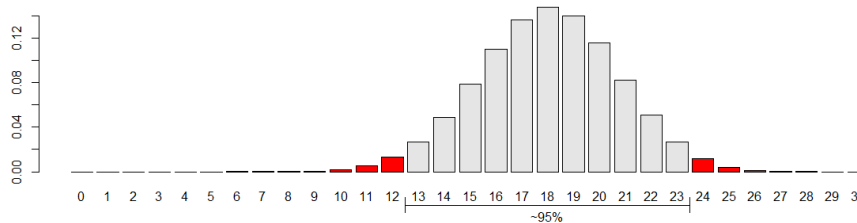
$$H_0: p=0,6$$

$$H_1: p \neq 0,6.$$

Küsimus 1

Miks antud juhul ei sobi järgmine arutelu:

Nullhüpoteesi kehtides on väitesse uskuvate tudengite arv valimis binoomjaotusega $B(n=30; p=0,6)$:



Kuna meie valimis oli $8+3=11$ esmapilgu-armastusse uskujat siis peame nullhüpoteesi kummutama – armastusse esimesest silmapilgust usub vähem kui 60% TÜ tudengitest.

Küsimus 2

Magdalena ise hindas esmapilgu-armastusse uskujate osakaaluks $0,4 \cdot 8/25 + 0,6 \cdot 3/5 = 0,488$. Oma arvutustes kasutas ta teadmist, et TÜ tudengitest 60% on naised ja 40% mehed.

Millist arvutusvalemit ta selle hinnangu leidmiseks kasutas? Kuidas võiksime hinnata antud hinnangu dispersiooni?

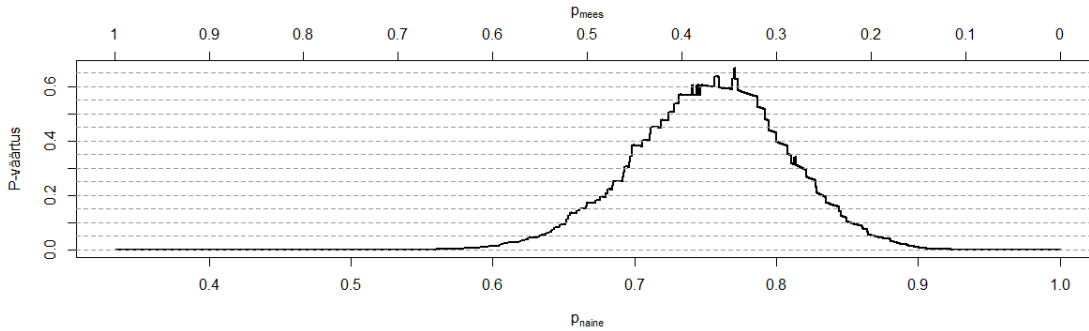
Küsimus 3

Kasutades nn täpset testi kontrollis Magdalena järgmiseid hüpoteese

$$H_0: p_{\text{mees}}=0 \text{ ja } p_{\text{naine}}=1;$$

$$H_0: p_{\text{mees}}=0,3 \text{ ja } p_{\text{naine}}=0,8$$

jne. Ta testis läbi kõik kombinatsioonid, mille puhul $0,4 p_{\text{mees}} + 0,6 p_{\text{naine}} = 0,6$. Saadud p-väärtused võite leida järgmisel joonisel:



Milline on hüpoteesi $H_0: p=0,6$ kontrollimisel saadud p-väärtus?

Miks on antud juhul tegemist liithüpoteesiga?

Kas tegemist võib olla liiga konservatiivse testiga? Miks?

Ülesanne 2

Soovime testida liithüpoteesi $H_0: E(X)=100$ või $E(X)=105$.

Uuritava tunnuse tegelik standardhälve on teada: $\sigma=10$, valimi suurus on 100 ($n=100$).

Kui kasutaksime liithüpoteesi osahüpoteeside testimisel olulisuse nivood 0,05 siis milliste valimi keskmiste korral otsustaksime H_0 kasuks, milliste korral H_1 kasuks? Milline on tegelik maksimaalne esimest liiki vea tegemise tõenäosus? Vaata ka lisatud standardse normaaljaotuse kvantiilide tabelit:

x	0,025	0,05	0,95	0,9500017	0,975	0,9988	0,99999827	0,9999983	0,9999996
P(Z≤x)	-1,96	-1,64	1,64	1,64487	1,96	3,04	4,64	4,64487	4,96

Ülesanne 3

Eelmise ülesandega sarnane situatsioon: $\sigma=10$, $n=100$. Soovime aga testida liithüpoteesi

$$H_0: E(X)=100 \text{ või } E(X)=103.$$

Pane kirja järgmiste kriitiliste regioonide jaoks milline on maksimaalne I-liiki vea tegemise tõenäosus.

Variant 1: Otsusta H_1 kasuks kui keskmine $< 98,04$ või keskmine $> 104,96$

Variant 2: Otsusta H_1 kasuks kui keskmine $< 98,35513$ või keskmine $> 104,64487$

Variant 3: Otsusta H_1 kasuks kui keskmine $< 98,36$ või keskmine $> 104,64$

Ülesanne 4

Tark onu väitis, et keskvärtus on 101,5. Tahame vastu võtta alternatiivse hüpoteesi vaid siis, kui tegelik keskvärtus on oluliselt erinev 101,5-st. Oluliseks erinevuseks loeme erinevust mis on suurem kui 1,5 ühikut. Seega soovime kontrollida hüpoteese $H_0: |E(x)-101,5| \leq 1,5$ vs $H_1: |E(x)-101,5| > 1,5$. Milline tuleb testi otsus kui valimi keskmine on 103,5? Eeldame jätkuvalt teadaolevat dispersiooni ja samasuurt valimit kui eelnenud ülesannetes.