Tõenäosusteooria ja statistika II

Loeng 14

Kuidas tõestada nullhüpoteesi?

Kuidas tõestada olulist erinevust?

Mis saab siis, kui nullhüpoteese on mitu?

Märt Möls

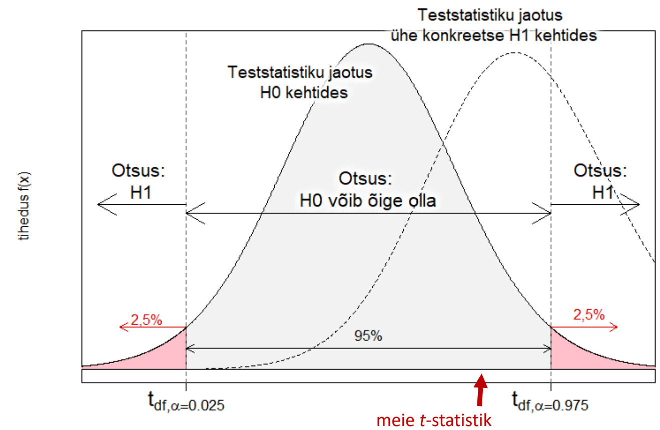
Statistikas ei saa (tavaliselt) nullhüpoteesi tõestada...

Kui testime näiteks hüpoteese

H_0: $EX = EY$
H_1: $EX \neq EY$

Siis jääme nullhüpoteesi juurde siis, kui teststatistiku väärtus on ootuspärane (selline, millist võiks kohata nullhüpoteesi kehtides)

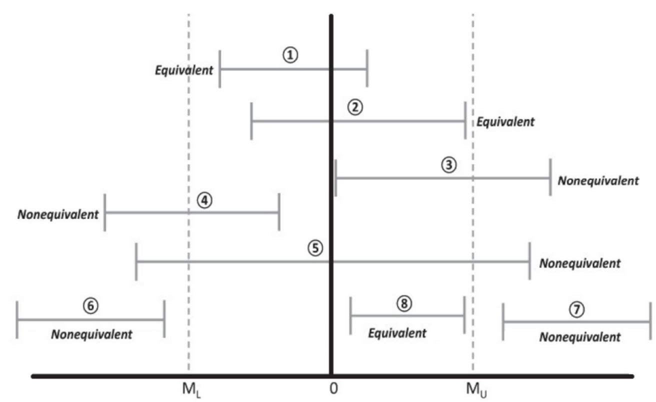
Samasugust teststatistiku väärtust võime kohata aga ka alternatiivse hüpoteesi kehtides....



Vahel aga on vaja nullhüpoteesi tõestada...

- Kas koopiaravim on sama hea kui originaalravim?
- Soovime tõestada, et mingis valdkonnas pole meeste ja naiste võimete vahel erinevust...
- Kas mõõteriista mõõtmistäpsus on selline nagu tootja poolt väidetud?
- ....

Ekvivalentsuse testimine – idee (usaldusintervalli abil)



Näide FDA (Food and Drug Administration, USA regulaator kes otsustab ravimite turulelubamise üle) materjalidest.

M_L, M_U – minimaalne ja maksimaalne oluline erinevus.

Ekvivalentsuse testimine – idee

Kui soovitakse testida, kas odav koopiaravim on sama hea kui kallis originaalravim, siis ei testita tegelikult seda, kas nad on täpselt sama head (kas keskmine tervenemiseks kuluv aeg on miljondiku sekundi täpsusega sama).

Kui koopiaravimit söövatel vähihaigetel kulub terveneks saamiselt keskmiselt ka 10 min rohkem aega siis see on praktikute silmis ikka sama hea ravim. Kui aga koopiaravimit söövatel patisentidel kulub keskmiselt terveks saamiseks kuu aega rohkem aega, siis on see vahe arstide/patsientide jaoks juba oluline erinevus.

Määratakse kindlaks, milline on minimaalne oluline erinevus (kust jookseb piir meditsiiniliselt oluliste ja mitteoluliste tulemuste vahelt). Seejärel testitakse statistilise testi abil hüpoteesi, et erinevus on väiksem kui antud valdkonnas oluliseks peetav erinevus:

H_0: |E(X)-E(Y)| > oluline erinevus

H_1: |E(X)-E(Y)| ≤ oluline erinevus

Kui tõestame H1 siis oleme näidanud, et erinevus keskväärtuste vahel on väiksem kui (meditsiinis/bioloogias/...) oluliseks peetav erinevus

Ekvivalentsuse testimine – liithüpoteesid.

(*composite hypothesis*)

$H_0: \theta \in \Theta_0$ $H_0: |E(X)-E(Y)| > d$

$H_1: \theta \notin \Theta_0$ $H_1: |E(X)-E(Y)| \le d$

Liithüpoteeside näiteid

Ühepoolne hüpotees (*One-sided test*): $H_0: \mu \le \mu_0$, $H_1: \mu > \mu_0$

Testime kas nullhüpotees kehtib – kas võimalik erinevus nullhüpoteesist on ebaoluline (*Eqvivalence test*): $H_0: |\mu - \mu_0| > d$, $H_1: |\mu - \mu_0| \le d$

Testime olulist erinevust nullhüpoteesist (*Minimal Effect Test*): $H_0: |\mu - \mu_0| \le d$, $H_1: |\mu - \mu_0| > d$

(*Inferiority test*): $H_0: \mu - \mu_0 > d$, $H_1: \mu - \mu_0 \le d$

Ekvivalentsuse testimine – liithüpoteesid.

$H_0: \theta \in \Theta_0$ $H_0: |E(X)-E(Y)| > d$

$H_1: \theta \notin \Theta_0$ $H_1: |E(X)-E(Y)| \le d$

Probleem: Enamasti on võimalik leida teststatistiku jaotust vaid mingi konkreetse nullhüpoteesi korral.

Soovime garanteerida, et ka halvimal võimalikul juhul I-liiki vea tegemise tõenäosus poleks suurem olulisuse nivoost.

Variant 1 – lihtne aga konservatiivne lahendus: Seega võime kasutada maksimaalset p-väärtust mille saame testides hüpoteese

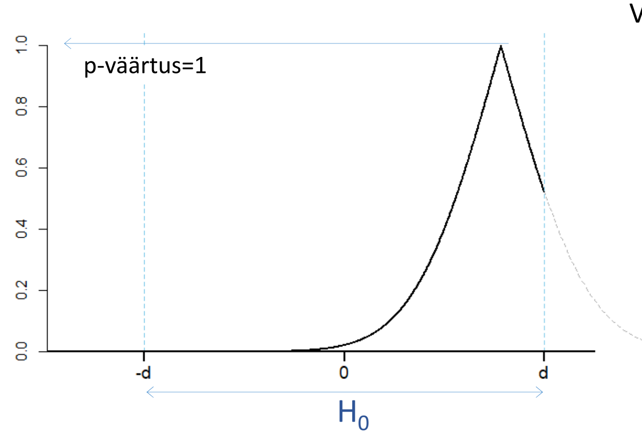
$H_0: \theta = \theta_0, \theta_0 \in \Theta_0$

$H_1: \theta \neq \theta_0,$

Tagab, et ka halvimal võimalikul juhul (halvima võimaliku nullhüpoteesi puhul) me ei tee esimest liiki viga sagedamini kui lubatud – aga ....

Liithüpoteesi näide. Variant 1: suurim p-väärtus

Valim 1

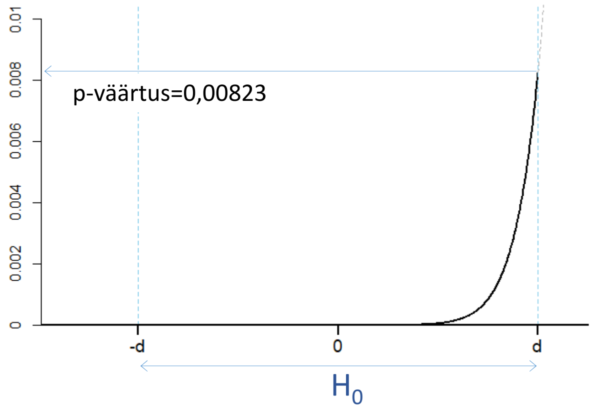


$H_0: |\mu - \mu_0| \le d$

$H_1: |\mu - \mu_0| > d$

Liithüpoteesi näide. Variant 1: suurim p-väärtus

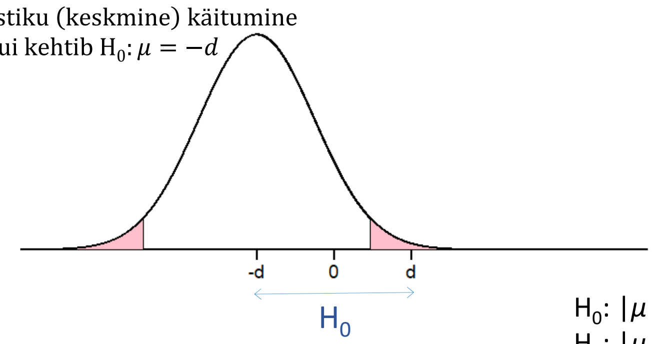
Valim 2



Ehk võtame vastu alternatiivse hüpoteesi vaid siis, kui kõigi parameetrite $\theta \in \Theta_0$ korral saame kummutada nullhüpoteesi.

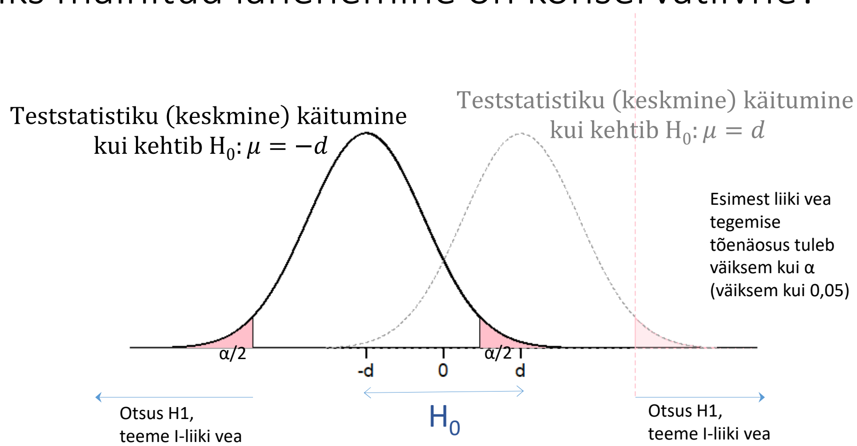
H_0: $|\mu - \mu_0| \leq d$
H_1: $|\mu - \mu_0| > d$

Miks mainitud lähenemine on konservatiivne?



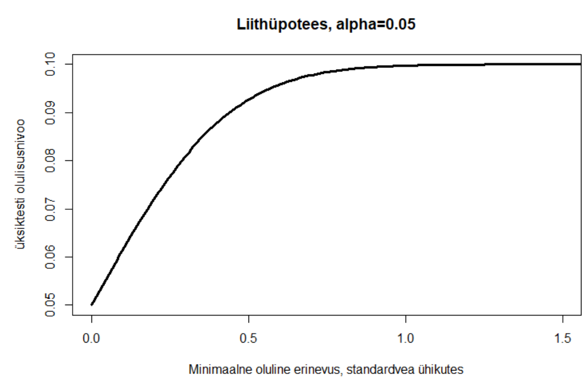
H_0: $|\mu - \mu_0| \leq d$
H_1: $|\mu - \mu_0| > d$

Miks mainitud lähenemine on konservatiivne?



Esimest liiki vea tegemise tõenäosus tuleb väiksem kui α (väiksem kui 0,05)

Miks mainitud lähenemine on konservatiivne?



Järeldus: Kui piirkond kus kehtib H_0 on lai (võrreldes teststatistiku hajuvusega), siis võid teha regiooni otstes ühepoolsed testid. Kui mõlemad testid kummutavad nullhüpoteesi siis loe tõestatuks alternatiivne hüpotees.

H_0: $|\mu - \mu_0| \leq d$
H_1: $|\mu - \mu_0| > d$

Ekvivalentsuse testimine.

H_0: $|E(X)-E(Y)| > d$
H_1: $|E(X)-E(Y)| \leq d$

Tee kaks ühepoolset testi, mõlemad olulisuse nivool α:

Test 1:
H_0: $E(X)-E(Y) > d$
H_1: $E(X)-E(Y) \leq d$

Test 2
H_0: $E(X)-E(Y) < -d$
H_1: $E(X)-E(Y) \geq -d$

Kui mõlema testi korral kummutad nullhüpoteesi (tõestad alternatiivse hüpoteesi), siis loe tõestatuks, et keskväärtused on võrdsed (keskväärtuste võimalik erinevus ei oma praktikas tähtsust).
TOST – **T**wo **O**ne-**S**ided t-**T**ests

Näiteid kasutamisest.

Oletus: ovaluatsiooni ajal muutuvad naised näost punasemaks et noormeestele just sel ajal kõige enam meeldida.

Väikseim oluline erinevus nahavärvis: väikseim värvierinevus mida mehed veel eristada suudavad

Järeldus: Tõestati, et naised ei lähe ovaluatsiooni ajal näost punaseks (võimalik nahavärvi muutus on piisavalt väike, nii et mehed võimalikku erinevust ei suuda märgata).