

Näidisülesanded

Ülesanne 1

Olgu juhuslike suuruste X ja Y ühisjaotuse tihedusfunktsiooniks

$$f(x, y) = \begin{cases} \frac{1}{2}(1 + x + y), & 0 \leq x \leq 1, 0 \leq y \leq 1, \\ 0, & \text{muidu.} \end{cases}$$

Leia suurused $E(X)$, $E(X|Y=0,25)$ ja $E(XY)$, kirjuta välja ka juhusliku suuruse X tihedusfunktsioon.

Ülesanne 2

Olgu X ühtlase jaotusega juhuslik suurus, $X \sim U(0;2)$. Leia juhusliku suuruse $Y=X^2$ tihedusfunktsioon.

Ülesanne 3.

Juhusliku suuruse X keskvärtus on 3, $E(X)=3$ ja dispersioon $D(X)=1$. Teame lisaks, et $E(Y)=-2$; $D(Y)=4$ ja $E(XY)=-4$. Leia korrelatsioonikordaja juhuslike suuruste $X+Y$ ja $X-Y$ vahel!

Ülesanne 4

Terve tudengi diastoolse (DVR, tuntud ka kui alumine vererõhk) ja süstoolse (SVR) vererõhu ühisjaotuseks on (ligikaudu) kahemõõtmeline normaaljaotus:

$$\begin{pmatrix} SVR \\ DVR \end{pmatrix} \sim N\left(\begin{pmatrix} 118 \\ 75 \end{pmatrix}; \begin{pmatrix} 169 & 70 \\ 70 & 100 \end{pmatrix}\right).$$

Teame, et tudengi diastoolne vererõhk on 60. Prognoosi antud tudengi süstoolset vererõhku! Prognoosiks kasuta tinglikku keskvärtust $E(SVR | DVR=60)$, leia ka 95%-prognoosiintervall!

Ülesanne 5

Juhuslikud suurused $X \sim U(0; 2)$ ja $Y \sim \text{Exp}(1)$ on sõltumatud. Leia $P(X + Y \leq 1)$.

Ülesanne 6

Olgu X ühtlase jaotusega juhuslik suurus, $X \sim U(1;3)$. Leia juhusliku suuruse $Y=\sqrt{X}$ tihedusfunktsioon.

Ülesanne 7

Kahemõõtmelise juhusliku suuruse (X, Y) ühisjaotuse tihedusfunktsioon on järgmine:

$$f(x; y) = \begin{cases} kxy^2, & 0 \leq x \leq 1; 0 \leq y \leq 1 \\ 0, & \text{mujal} \end{cases}$$

Leia konstandi k väärtus lähtudes tihedusfunktsiooni omadustest.

Ülesanne 8

Olgu A_1 ; A_2 ja A_3 sõltumatud juhuslikud suurused, kusjuures $DA_1 = 1$; $DA_2 = 2$ ning $DA_3 = 3$.

Olgu $X = 2A_1 - A_2$ ning $Y = 2A_1 - 2A_2 + 2A_3$.

Leia suuruste X ja Y kovariatsioon ja Pearsoni korrelatsioonikordaja.