

Näidisülesandeid eksamiks

Ülesanne 1

Kahe pideva juhusliku suuruse, X ja Y , ühisjaotust kirjeldab järgmine tihedusfunktsioon:

$$f_{X,Y} = 2/3(x+2y),$$

kui $0 \leq x \leq 1$; $0 \leq y \leq 1$.

Leia:

- Leia juhusliku suuruse Y tinglik tihedus juhul kui $X=0,5$
- Leia juhusliku suuruse Y tihedusfunktsioon:
- Leia $E(X)$:
- Leia $P(X < Y)$:

Ülesanne 2

Tõesta, et kui X, Y, Z on sõltumatud hii-ruut jaotusega juhuslikud suurused, $X, Y, Z \sim X^2(\text{df})$ siis $(X+Y)/(2Z)$ on F - jaotusega juhuslik suurus, $(X+Y)/(2Z) \sim F(2\text{df}, \text{df})$.

Ülesanne 3

On antud sõltumatud normaaljaotusega vaatlused $X_i \sim N(\mu; \sigma^2)$, $i=1..n$. Soovitakse testida hüpoteesipaari:

$$H_0: \sigma^2=4$$

$$H_1: \sigma^2 \neq 4.$$

Paku välja sobiv teststatistik antud hüpoteesi testimiseks. Milline on väljapakutud teststatistiku jaotus nullhüpoteesi kehtides (lisa tõestus või selgitus, miks just selline jaotus).

Teostati reaalne uuring ja saadi järgmised vaatlused: 11; 14; 17. Testi ülaltoodud hüpoteese: leia teststatistiku numbriline väärtus, kumma püstitatud hüpoteesi kasuks otsustad?

Ülesanne 4

Olgu juhuslikud suurused X ja Y sõltumatud. Tõesta momente genereeriva funktsiooni abil, et juhuslik suurus $Z=X+Y$ on samuti normaaljaotusega. Pane kirje ka saadud normaaljaotuse parameetrid.

Vihjeks: Kui $U \sim N(0,1)$, siis $M_U(t) = \exp(t^2/2)$.